

問題1: 赤道上で、見かけの重力加速度が0になるためには、1日の長さがどのように変わればよいか。地球の半径を  $6.37 \times 10^6 \text{m}$  とする。

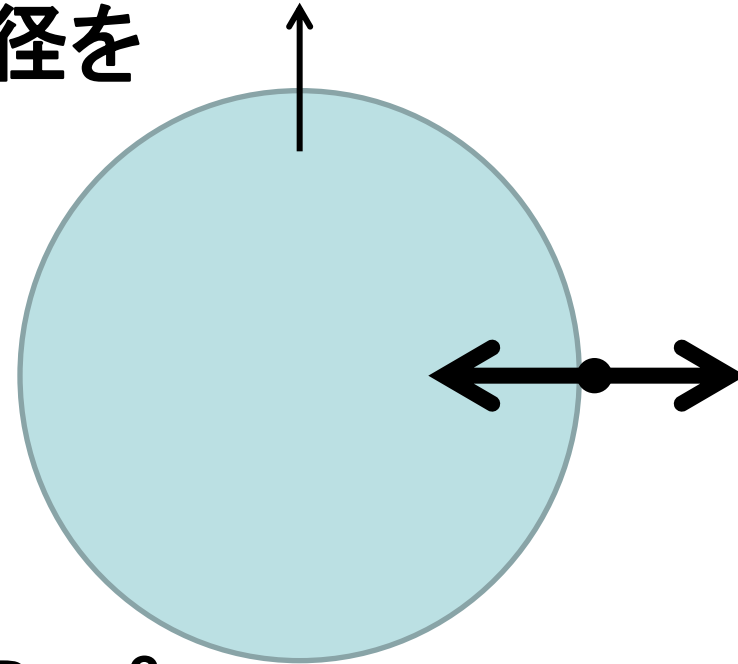
・地球の中心に向かう力

$$\text{重力} = mg$$

・地球から離れようとする力

$$\text{遠心力} = mv^2/R$$

$$= m(R\omega)^2/R = mR\omega^2$$



これがバランスすると見かけの重力加速度が0になるので、

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 2 \times 3.14159 \times \sqrt{\frac{6.37 \times 10^6}{9.8}}$$

$$\approx 5065.5 \text{ s} \approx 84.4 \text{ min}$$

**問題2:** 衛星は地球の半径 $R=6.37 \times 10^6\text{m}$ に比べてそれほど高いところを回っているわけではない。そこで人工衛星の周期を、地上を回っているものとして推測せよ。

・地球の中心に向かう力

$$\text{重力} = mg$$

・地球から離れようとする力

$$\text{遠心力} = mv^2/R$$

$$= m(R\omega)^2/R = mR\omega^2$$

これがバランスすると円運動をする

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

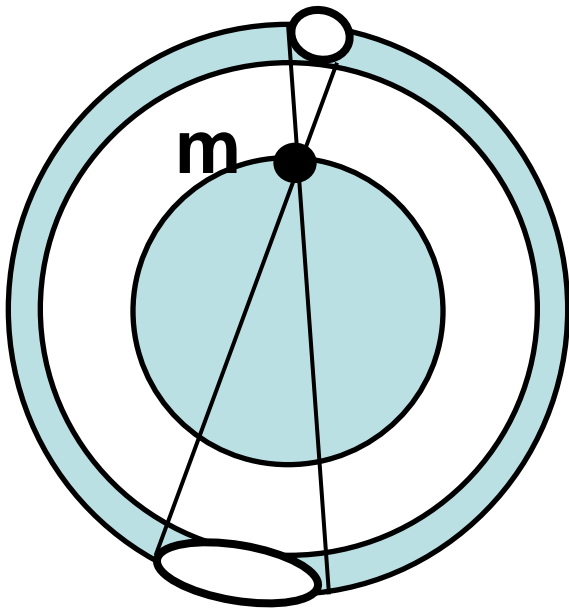
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 2 \times 3.14159 \times \sqrt{\frac{6.37 \times 10^6}{9.8}}$$

$$\approx 84.4 \text{ min}$$

- ・宇宙ステーション“きぼう”が地球を1周するのが85分ぐらいにあたる
- ・約85分の周期って、以前出てきたこと、覚えていない？

# 文化・教養

## 3 ブエノスアイレス



質量 $m$ の点を通して球殻に  
二つの線を引く。  
球表面の面積はこの点からの  
距離の2乗に比例し、この部分  
の質量も距離の2乗に比例する  
一方、それぞれにはたらく万有  
引力はこの点からの距離の2乗  
に反比例する  
2つの球表面部分からの力の  
強さは同じで逆向きであるから、  
力の和はゼロになる

質量 $m$ に働く重力は $m$ より内側の質量である

## 2. 質点系と剛体

- ・第2章と第1章の違い:
  - ・質点： 並進運動
  - ・剛体： 並進運動と回転運動

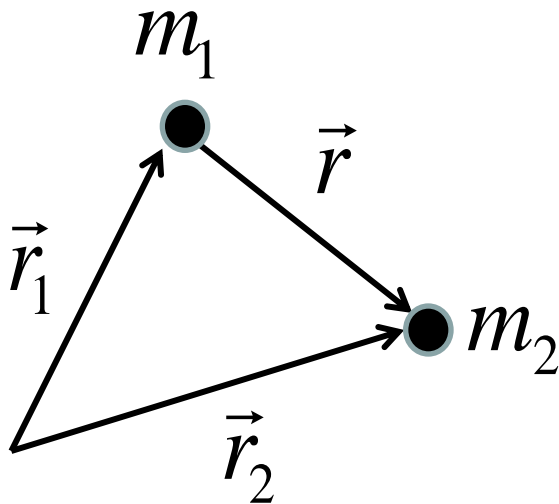
### 3 11 マイケル・ジャクソン

## 2.1 二体問題

・ニュートンの第3法則 作用反作用の法則

### 3.12 衝突する振り子

(インターネット ニュートン力学 ウキペディア)



$$F_{12} = -F_{21}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



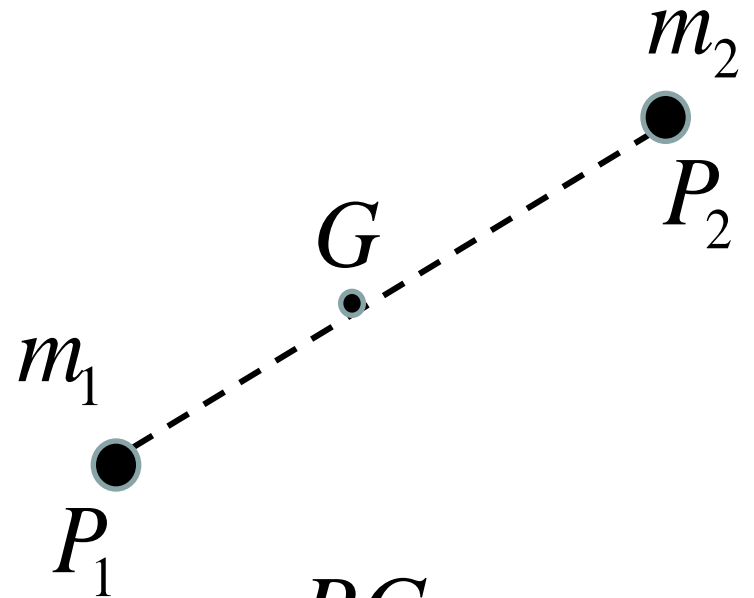
$$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = F_{21}$$

$$m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = F_{12}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} (m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2) = 0$$

$$M = m_1 + m_2$$

$$M \vec{R} = m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2$$



$$\frac{P_1 G}{P_2 G} = \frac{m_2}{m_1}$$

**G: 重心**  
**(質量中心)**

$$M \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \vec{0}$$

$$\mu = \frac{1}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad : \text{換算質量}$$

## 2.2 重心とその運動

・内力  $F_{ij}$   $m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = \vec{F}_1 + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \dots$

・外力  $\vec{F}_i$   $m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = \vec{F}_2 + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \dots$

$$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} + \dots = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$$

$$M = m_1 + m_2 + \dots, M \vec{R} = m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots$$

$$M \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = \sum_i \vec{F}_i$$

## 2.3 運動量と角運動量

- 力のモーメント

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} yF_z - zF_y \\ zF_x - xF_z \\ xF_y - yF_x \end{pmatrix}$$

$$N = Fl = Fr \sin \theta$$

・運動量  $\vec{p} = m \vec{v}$

$$\vec{F} = \frac{d \vec{p}}{d t}$$

・角運動量  $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$

$$\frac{d \vec{l}}{d t} = \vec{N}$$

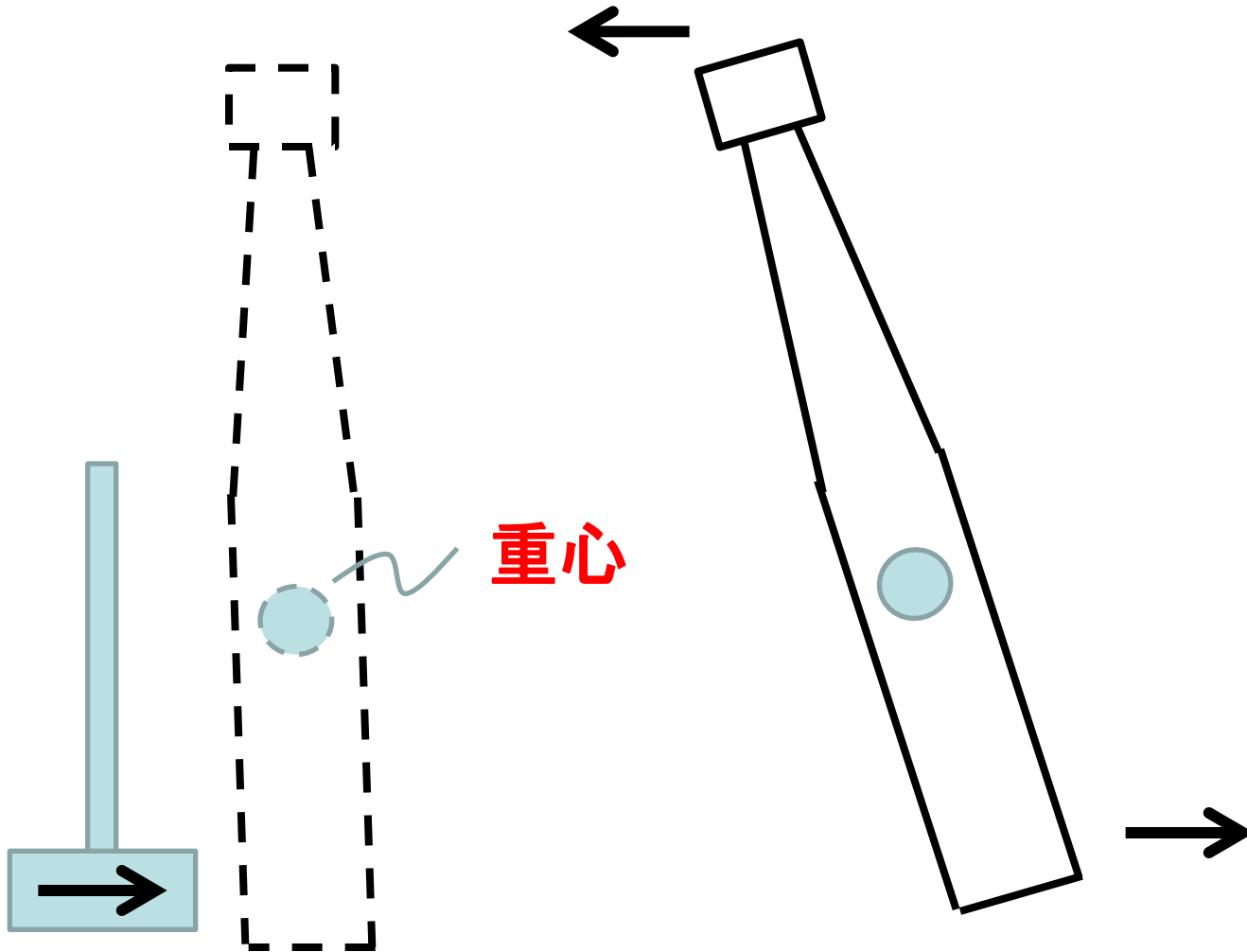
・ $l_z = \text{一定}$  は 面積速度一定 と同義

## スイート・スポット

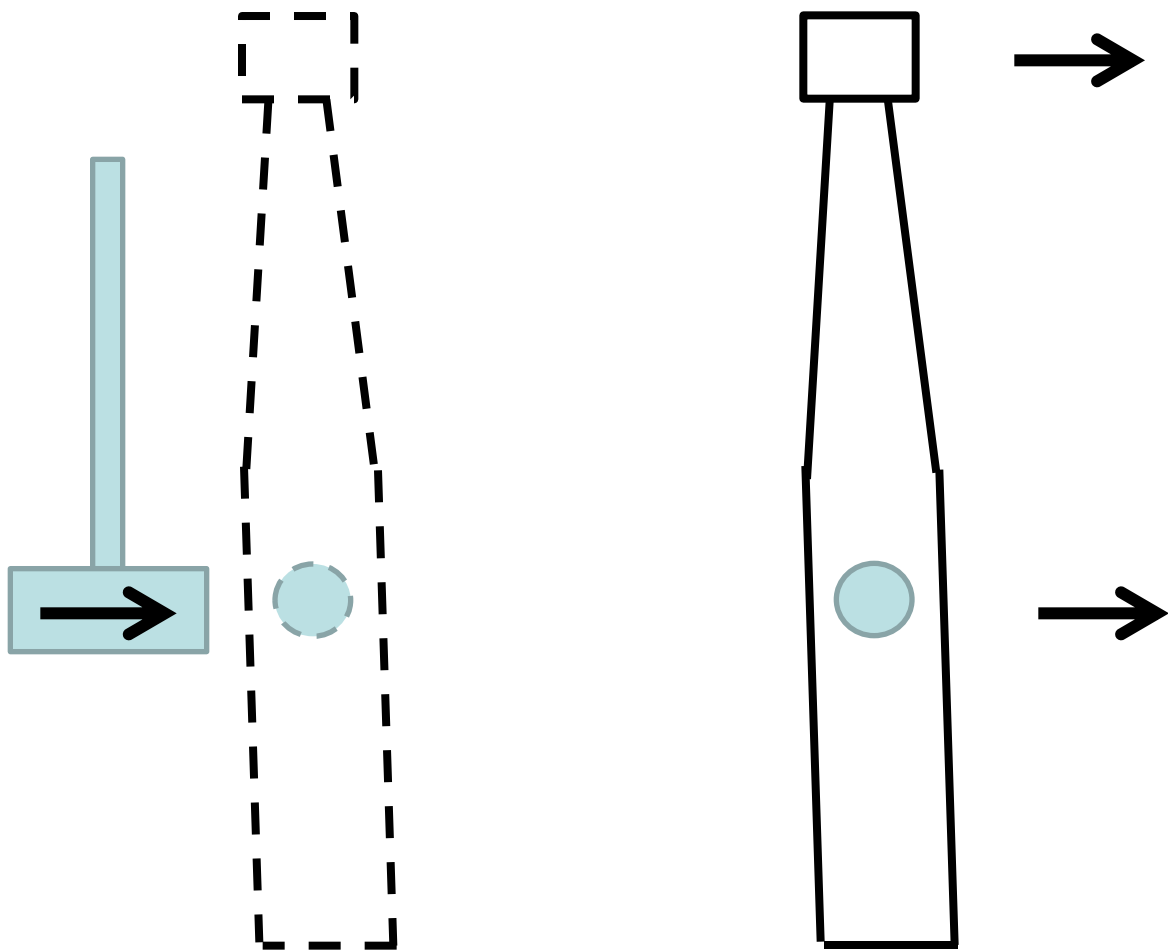
・野球・ゴルフ・テニスなど、打具を用いる球技は非常にポピュラーである。  
その魅力の一つに、最高の当たりの感触がないことにある。  
打具とボールの幸せな衝突は、握った手に衝撃を与えない。これを「スイート・スポット」という。物理学では「衝撃中心」と呼ぶ

○ 衝撃中心を探す (=手に最も衝撃がない点)

1. バットの先を木槌でたたく場合

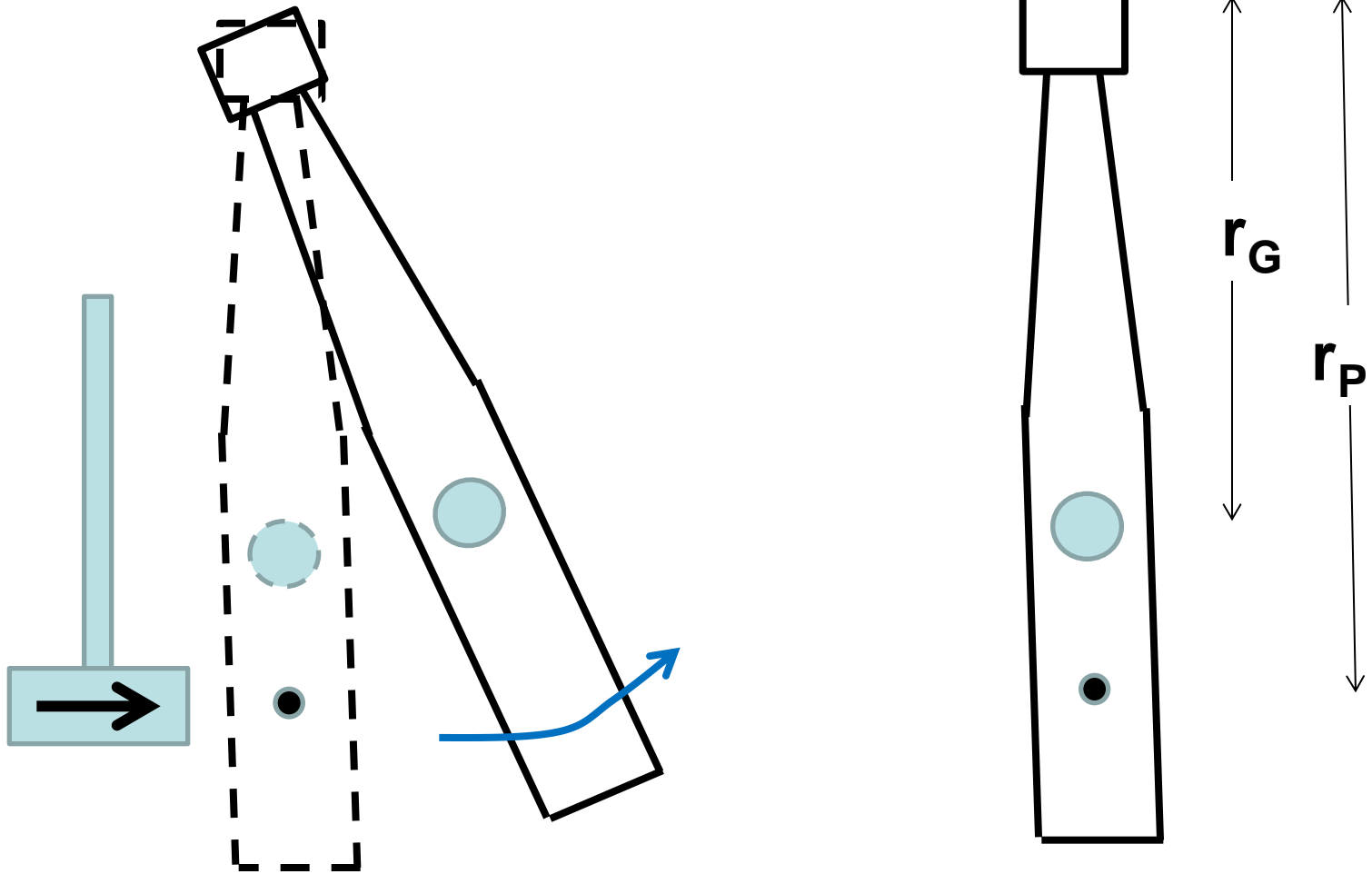


## 2. バットの重心を木槌でたたく場合





手に衝撃が最も少ない点は、重心とバットの先の間に  
ある



ここで、バットをグリップを中心とした振子と見立て、その周期 $T_P$ を測る。その周期を実現する振子のひもの長さ $l$ が、 $r_P$ に相当する。

$$T_P = 2\pi \sqrt{\frac{l_P}{g}}$$

$$l_P = \frac{g}{\pi^2} \left( \frac{T_P}{2} \right)^2 \Rightarrow l_P \approx \left( \frac{T_P}{2} \right)^2$$

たとえば、半周期が0.8秒あるバットの衝撃中心はグリップより0.64mのところにある。その位置でボールを捕えると、手に響かず気持ちよく打ち返すことができる。