

前回の復習

$$\left. \delta \vec{g} \right|_{average} = \frac{\Delta \vec{f}}{\Delta t}$$

差分

$$\left. \delta \vec{g} \right|_{\Delta t \rightarrow 0} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{f}}{\Delta t} \equiv \frac{d \vec{f}}{d t}$$

微分

- ・差分と微分とは異なる。

前回の復習

$$\vec{v} \Big|_{average} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

\vec{x} : 変位 [m]

$$\vec{v} \Big|_{\Delta t \rightarrow 0} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \equiv \frac{d \vec{x}}{d t}$$

\vec{v} : 速度 [m/s]

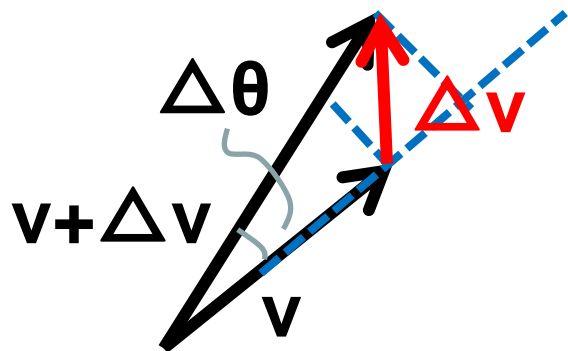
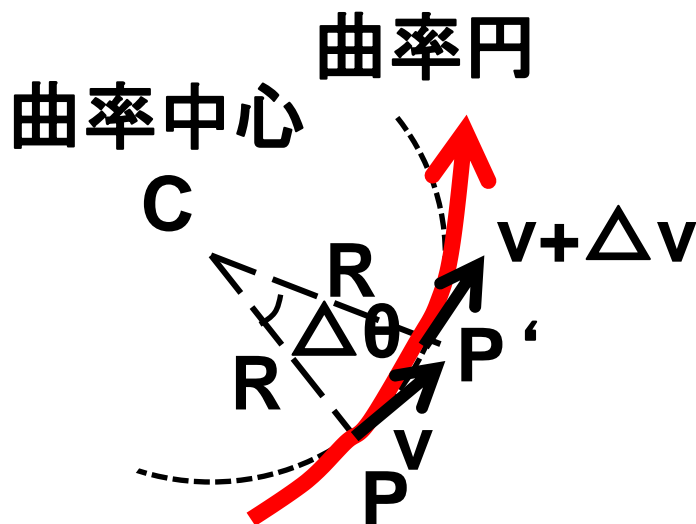
$$\vec{a} \Big|_{\Delta t \rightarrow 0} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \equiv \frac{d \vec{v}}{d t}$$

\vec{a} : 加速度 [m/s²]

$$= \frac{d}{d t} \left(\frac{d \vec{x}}{d t} \right) = \frac{d^2 \vec{x}}{d t^2}$$

・これらの物理量の次元は異なる

前回の復習



$$\Delta \mathbf{v} = \Delta \mathbf{v}_t + \Delta \mathbf{v}_n$$

$$\Delta v_n = v \Delta \theta = \frac{v}{R} \Delta s$$

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

$$a_t = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Delta v_t}{\Delta t} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

1.5 力と慣性

- ・ ニュートンの運動の第1法則

物体は、他のすべての物体から十分遠く離れていてなんらの影響を受けていない状態では、静止または等速度運動を続ける

- * 物体の持つ性質 慣性

- * 力は0

- ・ ニュートンの運動の第2法則

物体が力を受けると、その力の方向・向きに加速度を生じ、その加速度の大きさは力の大きさに比例し、物体の質量に逆比例する

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

ニュートンの運動方程式

力の単位： ニュートン $\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$

- **重要な概念**

- * **重量キログラム キログラム重**

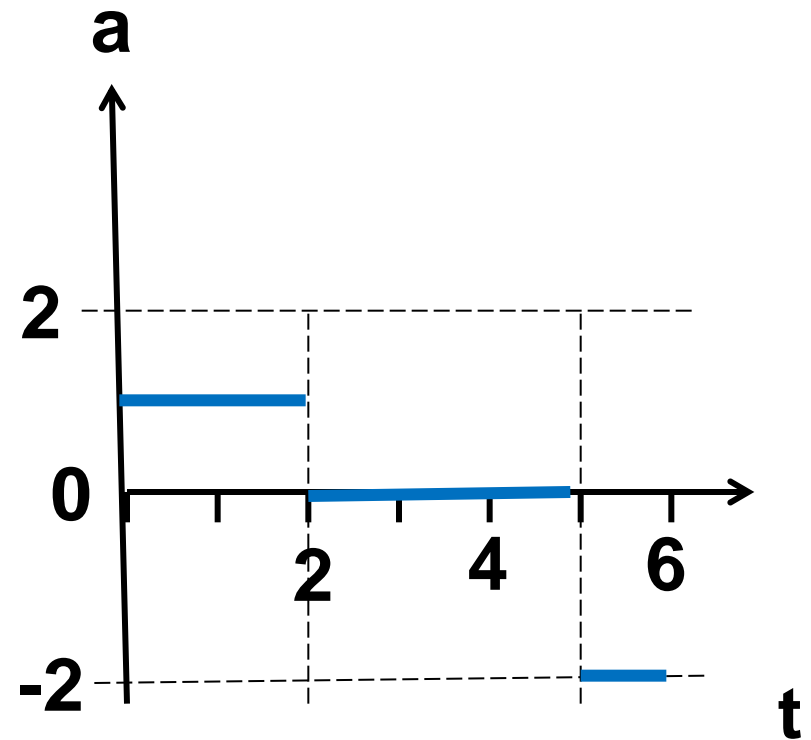
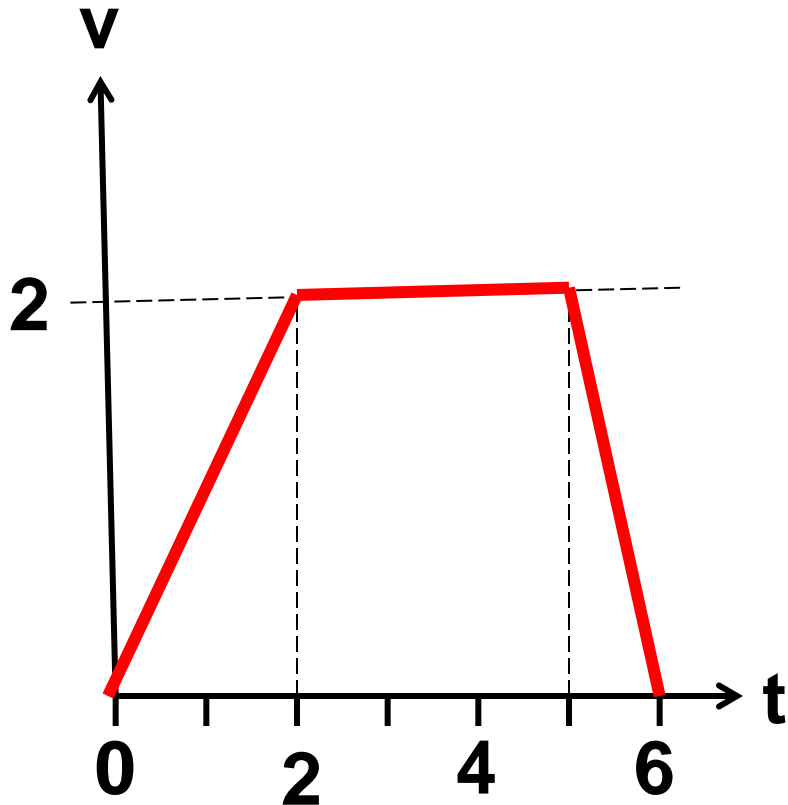
- * **慣性質量**

- * **重力質量**

- * **質量 m の質点が半径 a の円周上を一定の**角速度** ω で等速円運動をしているとき、**

- 円の中心に向かって、 $ma\omega^2$ の力が働いている**
 - この力を、**求心力(向心力)**という**

速度 v - 時間 t グラフから、加速度 a を縦軸に、
時間 t を横軸にとって、 $a - t$ グラフを書いてみる。



1.6 放物運動

- 2次元 (x:水平、y:鉛直)、摩擦などなし

初期条件 $x(0) = 0, y(0) = 0$

$$v_x(0) = V_0 \cos \theta, v_y(0) = V_0 \sin \theta$$

$$F_x = 0, F_y = -mg$$

gは重力加速度 $g=9.8\text{m/s}^2$

$$m \frac{d^2 x}{d t^2} = 0, m \frac{d^2 y}{d t^2} = -mg$$

$$\frac{d^2 x}{d t^2} = 0, \quad \frac{d^2 y}{d t^2} = -g$$

$$\frac{d x}{d t} \equiv v_x = C_1, \quad \frac{d y}{d t} \equiv v_y = -g t + C_2$$

$$x(t) = C_1 t + D_1, \quad y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + C_2 t + D_2$$

C_1, C_2, D_1, D_2 はunknown

初期条件を入れると、

$$x(t) = V_0 t \cos \theta, \quad y(t) = V_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2$$

時間 t を消去して軌道を求める

$$y = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \theta} x^2 + (\tan \theta)x$$

軌道は放物線を描く

投げてから最高点に達するまでの時間は？

$$v_y(t) = V_0 \sin \theta - g t = 0 \quad \text{at 最高点}$$

$$\Rightarrow t = \frac{V_0 \sin \theta}{g}$$

$$h = V_0 \sin \theta \frac{V_0 \sin \theta}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{V_0 \sin \theta}{g} \right)^2$$

$$\Rightarrow h = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$y = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 0 \text{ and } t = T$$

$$0 = V_0 \sin \theta - \frac{1}{2} g T$$

$$T = \frac{2V_0 \sin \theta}{g}$$

$$x(T) = \frac{2V_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

同じ初速で投げた放物体の軌道のうち、
 $y=0$ で最も遠くに届くのは、

$$x(T) = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$\Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

45度の角度で投げると、
 $y=0$ で最も遠くに届く。

○ モンキーハンティング（宿題）

ボールをサルに向けて蹴ったと同時にサルは驚いて手を離して落下したとしよう。空気抵抗がなければ、ボールはサルに必ず命中する。これはなぜだろうか？

水平距離 d 、高さ h のところにいるサルに向かって速度 v_0 でボールを蹴った。最初のボールの位置を原点として、重力加速度を g とする。

- (1) t 秒後のボールの座標 (x, y) を求めよ。
- (2) サルはボールを蹴られた時刻に手を離して落下した。 t 秒後のサルの座標 (x, y) を求めよ。
- (3) サルにボールがあたるときの時刻を求めよ。ボールの速度の関わらずボールは必ずサルに当たることを示せ。

締切： 10月16日17時まで。3417室。A4サイズ

1.7 単振動

一定点からの距離に比例する引力を受けて、その点を通る一直線上で動く運動は、

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

$$\rightarrow x = C \sin(\omega t + \phi) \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

C, ω, ϕ は定数

○ 1次元単振動

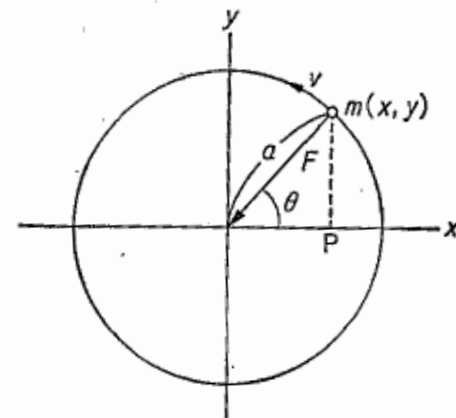
ばねのついた質点

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

- ・この場合、 $\omega^2 > 0$ 定数。
m は質点、x は変位、t は時間。
- ・” $-kx$ ”は原点に向かう力(復元力)
- ・この方程式は調和振動あるいは単振動
一般解は

$$A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

AとBは未定。条件を二つ入れると確定する。



1.1 図

複素数で書く $x = e^{pt}$ を仮定

$$p^2 = -\omega^2$$

$$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

A, B は定数

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad \tan \phi = \frac{A}{B}$$

キーワード

- 単振動
- 振幅
- 角振動数
- 振動数
- 周期
- 位相
- ヘルツ

○ 宿題 (3)

教科書力学P41の1章の問題:

1、2、3

について、解を求めよ。なお途中のプロセスを含めて記述すること。

締切: 10月16日17時まで。3417室。A4サイズ