

# 粉体の力学

## ・流体と共通な点：

- (1) 小さくてお互い力を及ぼしあう …… **近接作用**
- (2) たくさんの粒子があり、特定のスケールを持たない
- (3) 流れる

## ・流体と異なる点：

- (1) 個々の粒子は固体として認識できる
- (2) 粒子は奇妙な性質をもつ
  - 種類の異なる粒子を一緒くたにして振ると、混ざり合うこともあれば、分離してしまうことがある
  - 砂山の下での圧力が最も小さいのは、山の最も高いところ
  - 背の高い砂の柱の底辺にかかる圧力は、柱の高さにかかわらず一定 ⇒ 砂時計が優秀な計時器なわけ

## ●液状化現象

地震の際に地下水位の高い砂地盤が、振動により液体状になる現象。これにより比重の大きい構造物が埋もれたり倒れたり、地中の比重の軽い構造物（下水管等）が浮き上がったたりする。（英語：liquefaction）



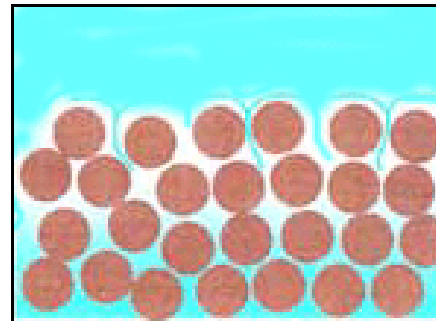
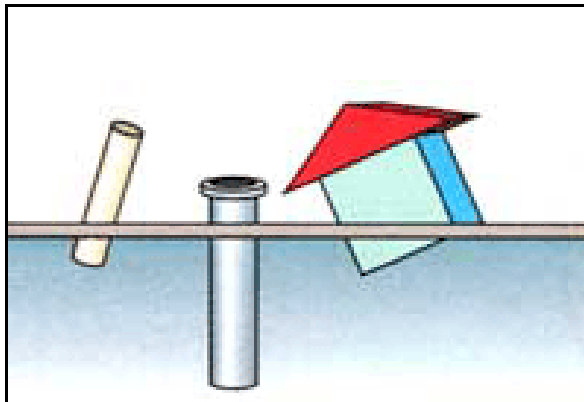
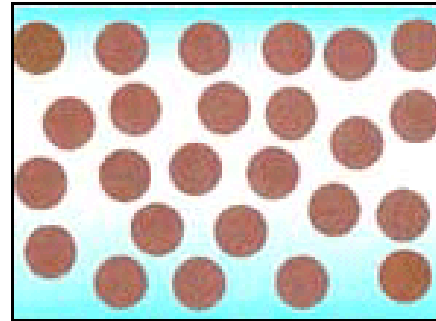
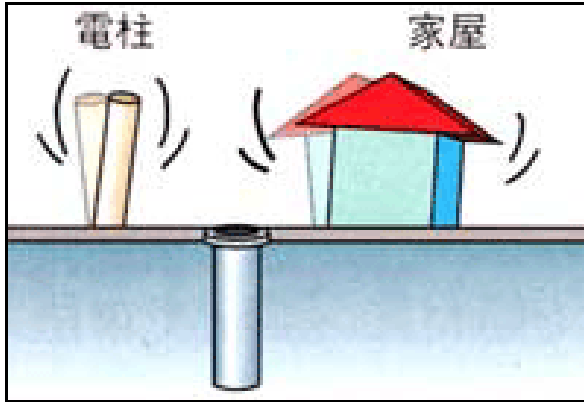
[www.hrr.mlit.go.jp/bosai/niigatajishin/paneru/ekijoka/...](http://www.hrr.mlit.go.jp/bosai/niigatajishin/paneru/ekijoka/...)

液状化現象の実験と観測 — YouTube

[www.youtube.com/watch?v=Q1jHTTV5Z5k](http://www.youtube.com/watch?v=Q1jHTTV5Z5k)

## 液状化現象とは？

地震が起こると、砂の粒とおしが離れて、水に浮いた状態になってます。

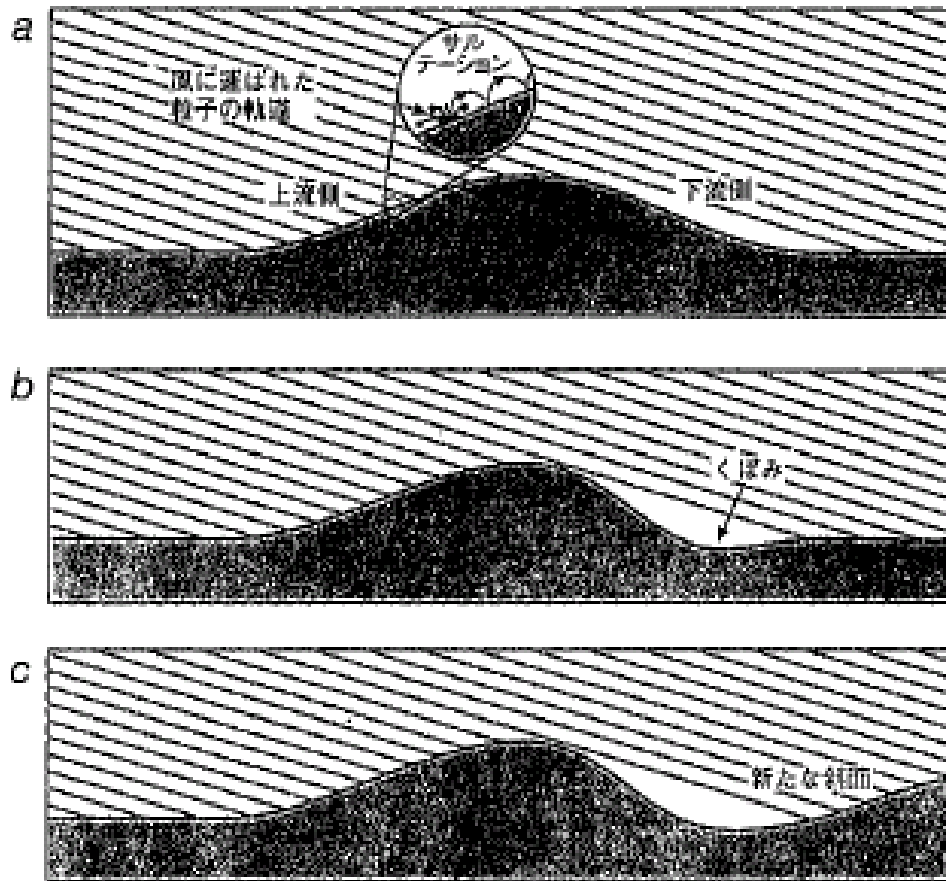


液状化現象が起こると、地盤がつまって水がしみ出してくる！  
この現象が起こると、大きな建物も傾いてしまい、土管やマンホール  
など地中に埋めてあるものが地面に浮き上がってきます。

# ●砂丘の中の秩序構造

- ・砂丘には「**自己組織化**」の能力がある
- ・砂にできた縞模様や三日月形は、風、砂粒の不安定性などによる相互作用により、ある模様があらわれる
- ・砂は固形物であるが、流れる性質がある  
⇒ スラリー(液体と不溶性の固体粒子が混ざった流動体)の液状化

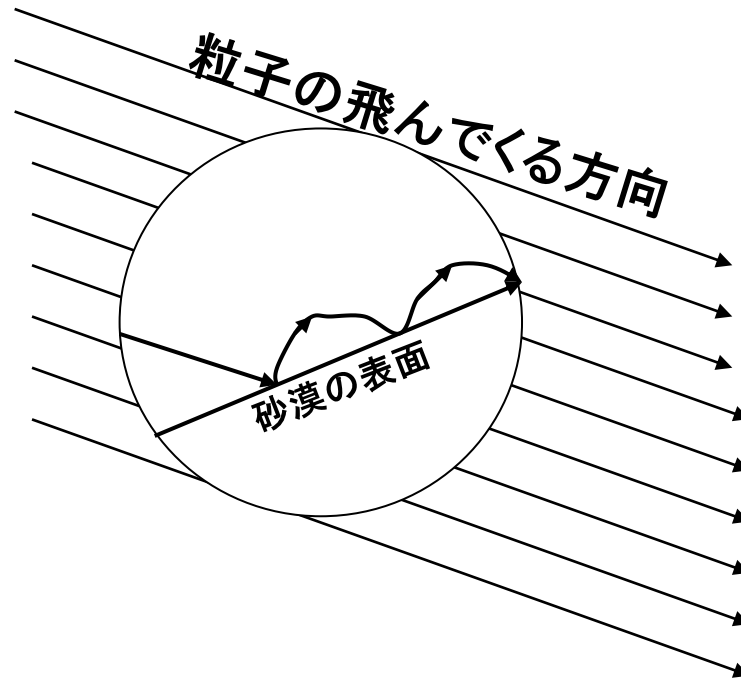




## P.ボール 流れ より

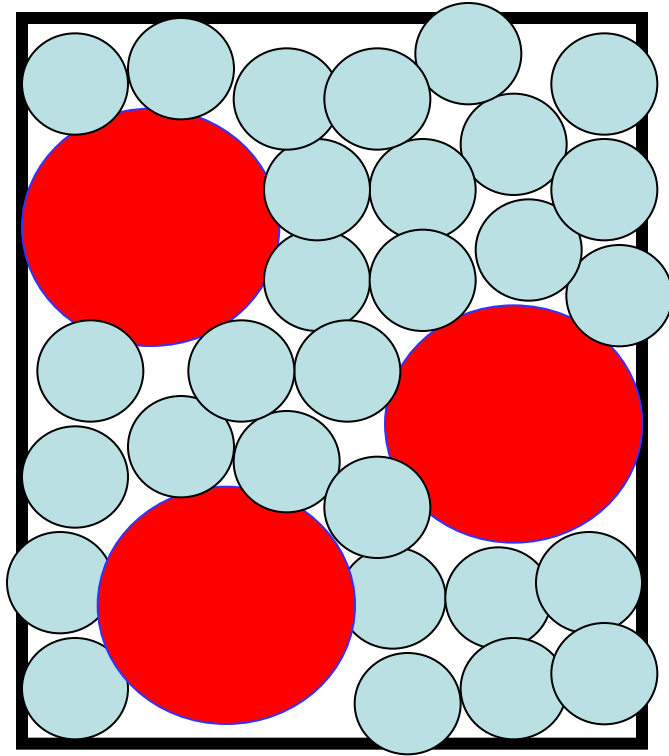
図 4.2 砂漣の形成には、不安定性の伝播がからんでいる。風に運ばれた粒子は砂漠の表面に斜めに降りそそぐ。表面が傾斜しているところでは、隆起の風下側（下流側）よりも風上側（上流側）に多くの粒子が突き当たる（a）。各粒子は表面にぶつかったところで、その面からまた別の粒子をばらまき、何度か弾みながら風下に向かって進んだあと、静止する。この過程をサルテーション（躍動）という。サルテーションをした粒子が斜面の頂に積み重なっていくと、斜面の下流側のふもとでは、落ちてくる粒子がほかのところより少なくなり、結果的にくぼんでいく（b）。このくぼみが発達すると、最初の隆起の風下に、また新たな上流斜面ができる。こうして新しいさざなみが形成されていく（c）。

# サルテーション(躍動、粒子運搬プロセス)



砂漣(さざなみ)の形成に重要な役割を果たす

砂地面への粒子の衝突を記述するパラメータとしてsplash function (跳ね飛び関数)を定義することにより、さまざまな砂漣が作られる



大小のガラス玉を一緒に入れた  
容器を上下に震動した場合、  
中の混合物は均一になるか？



振動

## ● ブラジルナッツ効果

P.ボール 流れ より

8

異なる大きさの粒子をいっしょに振れば、単純に交じり合うか？

⇒ NO



他のナッツの上に  
乗ったブラジルナッツ

通常、大きい粒子がてっぺんに上昇する。  
こうした現象を、**ブラジルナッツ効果**という。

異なる大きさからなる**粉粒体**を振ると、最も大きな粒子が表面に浮き上がってくる現象のことである。ミックスナッツでは最も大きな粒はブラジルナッツであることが多いことからこのように呼ばれる。この現象は、同じような**密度**で大きさの異なる粒からなる朝食の**シリアル**の箱の中でも見られることから、**ミューズリー**効果と呼ばれることもある。(ウィキペディア)



## ●ブラジルナッツ効果

P. ボール 流れ より

大きい粒子が飛び上がった真下に空洞ができるが、そこに小さな粒子がはいりこむ。小さな粒子が妨げとなって、大きい粒子は跳躍前の高さに戻れなくなる。逆に容器の壁に接触する小さい粒子は、容器の底に向かって下降し始める。

小さい粒子は循環している。 ⇒ 対流

大きい粒子と小さい粒子の大きさと密度の比率によって、逆ブラジルナッツ効果もありうる

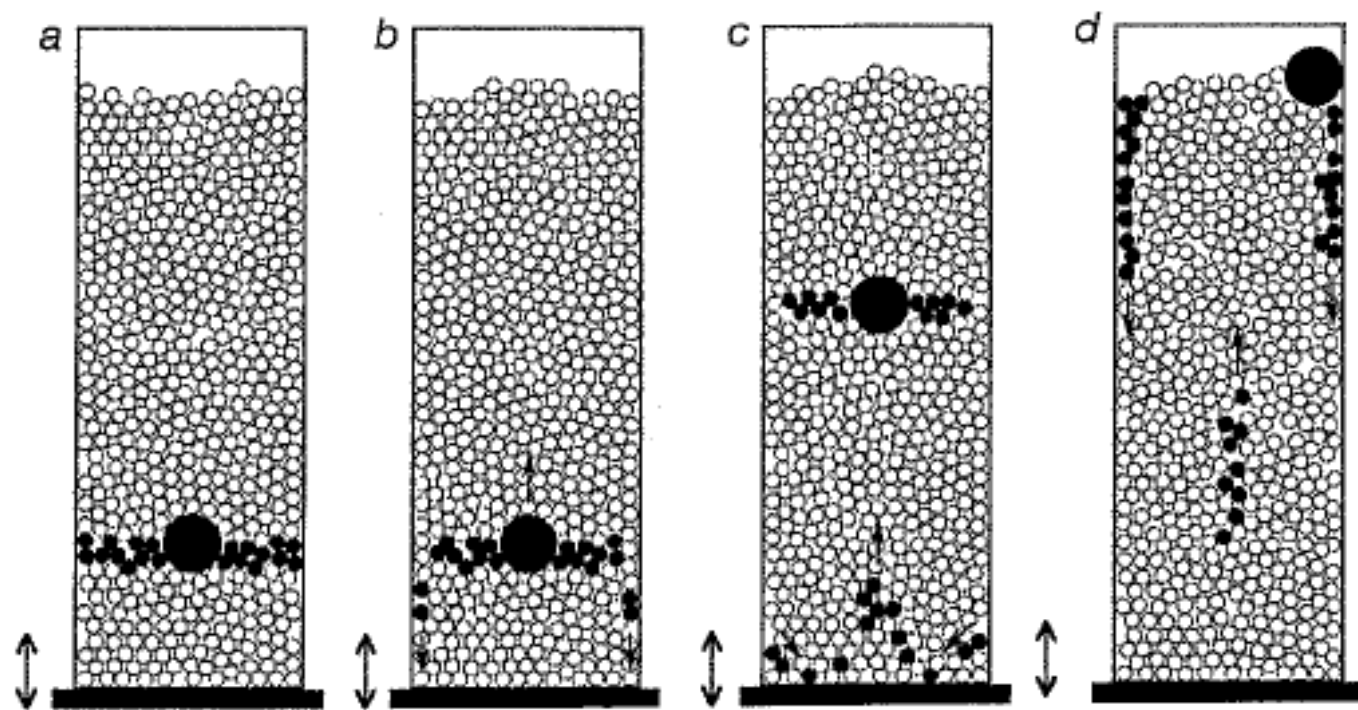


図 4.23 背の高い円柱の中にある粒子は、対流のような循環運動をする。中心部にある粒子は上昇し、周縁部にある粒子は狭い層を通過してじりじりと下降する。この図は、一部のガラス玉に色をつけて粒子の運動を追えるようにした実際の実験から再構成したもの。柱の底辺近くの、最初は平坦だった着色ガラス玉の層が (a)、やがて周縁部の下降する玉と中心部の上昇する玉に分かれていく (b)。最上部では、上昇した玉がしだいに壁際に寄っていき、それから下降しはじめる (d)。一方、周縁部の玉はいったん底辺に達すると、しだいに中心部に寄っていき、それから上昇しはじめる (c と d)。1 個だけの大きな玉は、柱の周縁部をなす狭い下降層に入るには大きすぎるため、そのまま最上部に取り残される。こうして、この対流運動が異なる大きさの粒子を分離させている。(Images: Sidney Nagel, University of Chicago.)

古代ギリシャ

BC 500                      400                      300                      200                      100                      0

タレス(BC625-546頃) 万物は水からなる

デモクリトス(BC460-370頃)「原子論」を大成、原子衝突によって渦が生成され万物が生成

アリストテレス(BC384-322) 万物の根源は「土、水、空気、火」

アルキメデス(BC287-212頃) **浮力**に関するアルキメデスの原理

————— その後、水力機械、風車、運河などとの関連で発展 —————

1600                      1700                      1800                      1900                      2000

ガリレイ(1564-1642)近代科学の父、16世紀のアルキメデス

デカルト(1596-1650) 全ての物質は、エーテルの渦運動によって運動している

トリチェリ(1608-47) **真空の存在**を実験により明らかにした。トリチェリの法則

ゲーリケ(1602-86) **マグデブルグ球の実験**

パスカル(1623-62) **パスカルの原理**

ボイル(1627-91) ボイルの法則

ホイヘンス(1629-95) ホイヘンスの原理

フック(1635-1703) 弾性の研究

ニュートン(1642-1727) 運動する物体の抵抗に関する法則

ベルヌーイ(1704-82) ベルヌーイの定理

オイラー(1707-83) 流体運動の法則の体系化 (**オイラー方程式**)

ダランベール(1717-83) ダランベールの原理

ラグランジュ(1736-1813) 流体運動の法則の体系化

ストークス(1819-1903) **ナヴィエ・ストークス方程式**

レイノルズ(1842-1912) 乱流の研究

# 真空の発見 — その実験

## マクデブルクの半球実験

17世紀のドイツでオットー・フォン・ゲーリケが行なった、大気圧を示す実験である。

内側がくぼんだ2つの金属製の半球はすきまなく接合するように作られた。

この2つを合わせ、ゲーリケ自らが発明した真空ポンプで中の空気を抜いた。

間には濡らした動物の皮をパッキンとして使用すると、半球はぴったりくっつき、

どんなに引っ張っても外れなかった。これは、

半球の外側の大気圧によるものである。ゲーリケはこの実験を公開実験で行った。

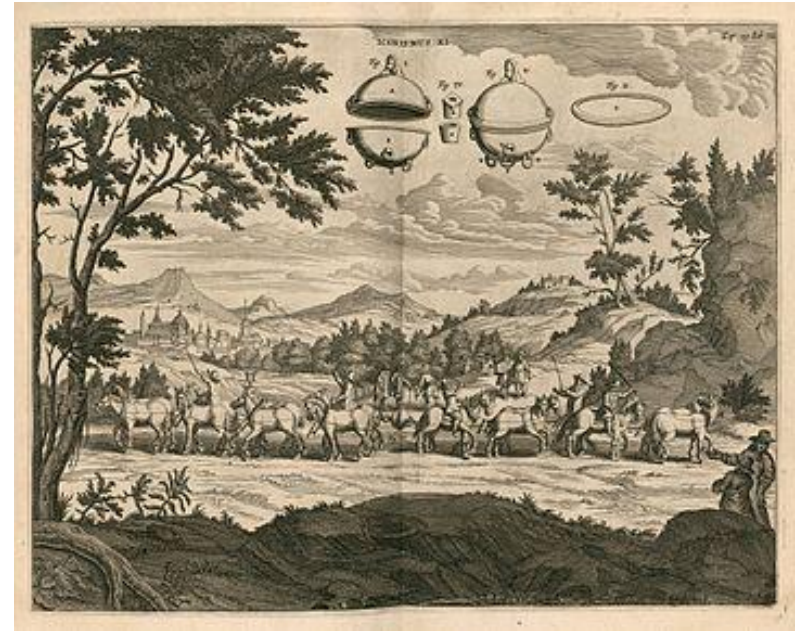
最初のものは1654年5月8日、レーゲンスブルクの帝国議事堂前において、

神聖ローマ皇帝フェルディナント3世の御前で行われた。このとき、16頭の馬

(両側から2頭立ての馬が各4対)が双方から引っ張り、やっと半球は外れた。

この実験により、デカルトが否定した真空の存在を証明した。

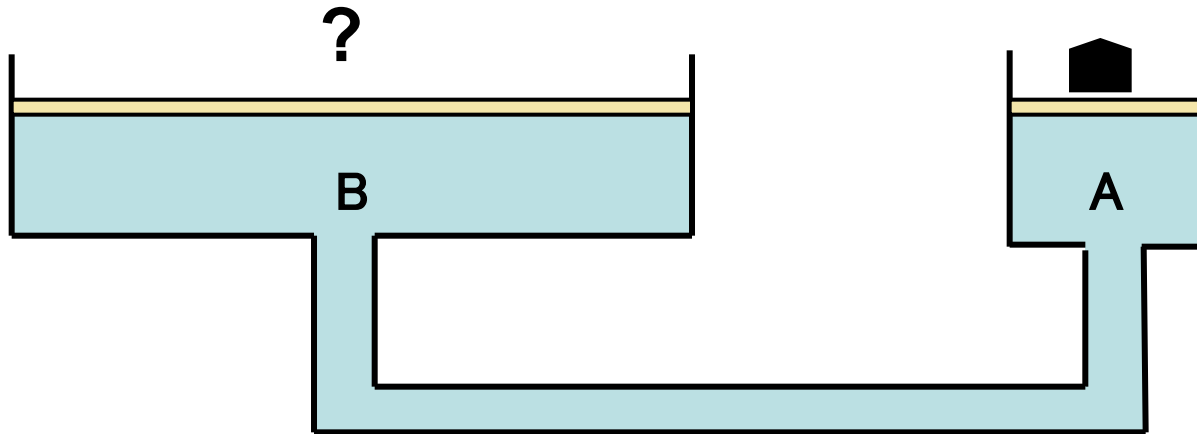
「マクデブルクの半球」の呼び名は、当時ゲーリケがマクデブルク市長であったことに由来する。



# パスカルの原理

問題:

管を通して二つの貯水槽(A,B)がある。Bの貯水槽の面積をSとすると、Bの貯水槽の面積は3倍の大きさであった。Aに重りを一つ置くとすると、Bには何個の重りが必要か?



# ハイヒールの威力

## ●起源

中世ヨーロッパの街の歩道は、人の糞尿などの汚物が多く、それを踏まないために発明されたとの説がある。

また、トルコで乗馬の際に鎧から足を滑らせないように考案された、踵の付いた靴が元になったとの説もある。

## ●ハイヒールと象の圧力比較:

### 1) 女性のハイヒール

体重50kgの女性が、ヒール部分の底面積 $2\text{cm}^2$ のハイヒールを履いたとする。踵には荷重の8割が集中する。

片足のヒールにかかる圧力を計算すると、100万Pa(パスカル)。

(単純計算すると、 $10\text{kg}/\text{cm}^2$ )

### 2) 象の足

象は、確かに体重は重いが、足の面積が広く、しかも四本足。

足1本にかかる圧力は大体10万Pa。

つまり、ハイヒールの圧力は象の10倍...



# オイラーの運動方程式

(流体)

質量力を  $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$  とすると、

$$\begin{aligned}\frac{Du}{Dt} &= F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{Dv}{Dt} &= F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{Dw}{Dt} &= F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}\end{aligned}$$

**オイラーの運動方程式** (Euler's equation of motion)

力はベクトル量  $\Rightarrow F = a + b + c + \dots$  と和となる！

日野幹雄「流体力学」より

# ナビエ・ストークスの方程式

これまで定性的な流体の性質を眺めてきた。  
これからは運動方程式をたてて、それに準じて運動を見てみよう。

流体の運動を記述するのが、NS方程式である。  
気圧傾度力と粘性力を取り込んだ式となる。

$$\frac{Du}{Dt} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

ただし、粘性係数  $\nu$  は定数とした。