

環境流体力学を聞く前に

- ・私から希望： 基本的には講義は楽しく聞いてほしい。
 - * 環境流体力学は基本的には物理数学の講義である。
いくつかのキーワードがあり、最低限の暗記は必要である。
しかし、論理の展開は暗記ではなく理屈を知ってほしい。
 - * やさしく講義する(つもり)。
質問は右手をあげる。分からなくなった人は両手をあげる。
 - * 本講は室内実験等を中心に、流体、流体もどきの現象を理解する。
「総観気象学」: 並列的であるが、ダブルことはない(はず)。
(Ⅱ期は「大気環境シミュレーション」でプログラム中心)
- ・学生への要望： 講義を楽しく聴くために、予習・復習が必要である。事前に講義内容は公開するので、自分でコピーしてきてもらいたい。自分自身で問題意識を見つける、あるいは持つように努めてほしい。毎回参考文献は紹介する。
- ・それでも眠くなる人には、眠らないようにする方法*)がある。

「環境流体力学」で何を学ぶか

・自然の中の流体的な運動を見ると、さまざまなものがある。それらが認識されるのは**自己組織化**してある**秩序**が見出せるからである。

(1) 気象・海洋のように流体力学に則る運動がある。この流体が自己組織化してある秩序をもたらすのを理解するために、モデルや室内実験等を通して体感できるようにする。(流体)

(2) 一見流体と異なる運動が流体とみなせる場合(例、砂の移動、jumping bean、交通渋滞など)がある。そうしたものの仕掛けを理解できるようにする。(流体もどき)

(3) 教養的な知識を知る。(教養)

本講義では**自然に潜むパターン**の**数理**について、さまざまな流体現象をわかりやすく紹介する。

「環境流体力学」のシラバス(修正)

(第1回) 流体とはなにか？

(第*回) 講義で用いる物理・数学の復習

(第*回) 流体の運動方程式の導出

(第*回) 波動・・・音波・表面波・重力波

(第*回) 対流現象

(第*回) カオス

(第*回) 回転流体の室内実験

地衡風・温度風・傾圧不安定波・ロスビー波

(第*回) 流れのシア不安定

(第*回) 海洋

(第15回) まとめ

* 講義の進行の都合により、テーマがずれることがある。

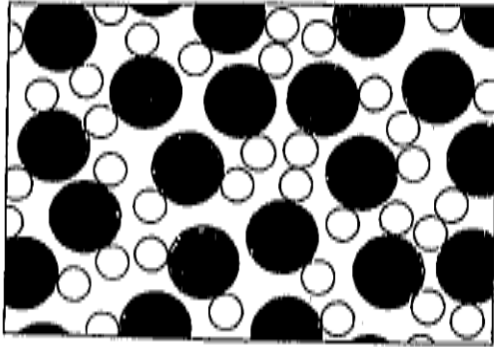


図 1-1 水を 10 億倍したところ

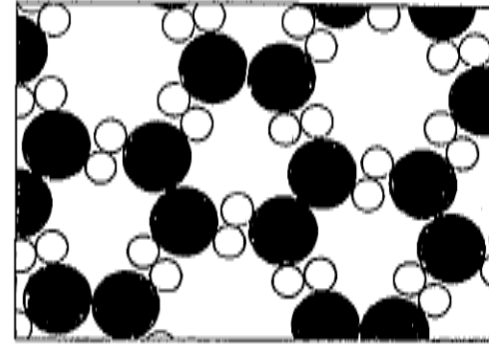


図 1-4 水

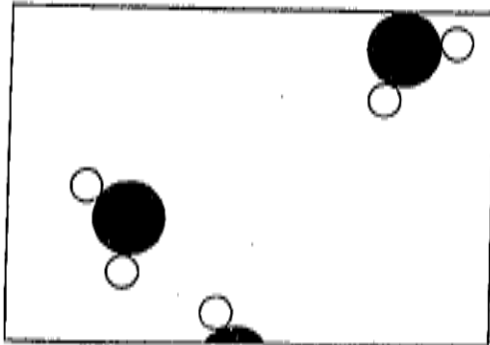
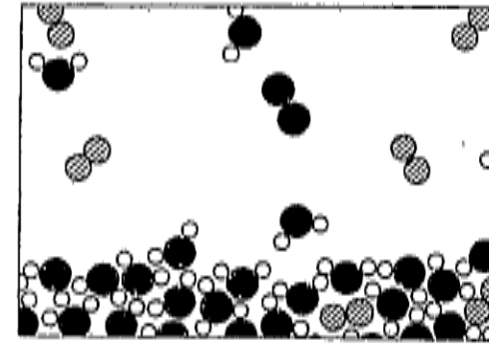


図 1-2 蒸気



●酸素 ○水素 ●チッ素

図 1-5 水が空中へ蒸発していくところ

- ・10億倍; $10^{-10} \text{ m} = 1 \text{ オングストローム} (\text{\AA})$ にあたる。
- ・水素、酸素原子がわかるように円形として書いてあるが、実際の概形はぼやけている。
- ・大量の分子が高速で飛び交い、ある時は弾性衝突をする。
圧力はたくさんの分子がぶつかることによる

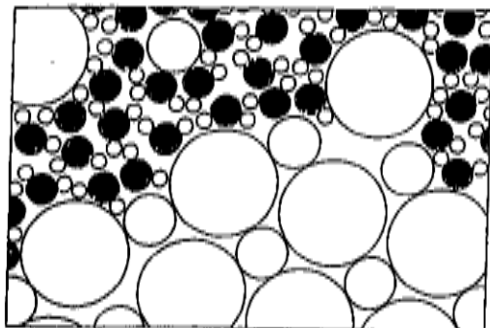


図1-6 食塩が水に溶けていくところ

結晶	●	○	$a(\text{Å})$
食塩	Na	Cl	5.64
	K	Cl	6.28
	Ag	Cl	5.54
方鉛鉱	Mg	O	4.20
	Pb	S	5.97
	Pb	Se	6.14
	Pb	Te	6.34

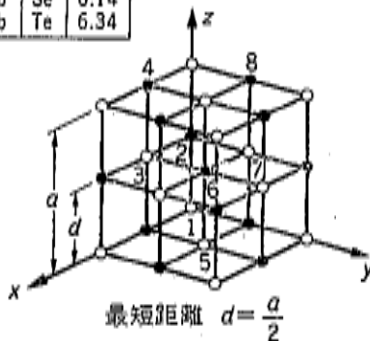


図1-7

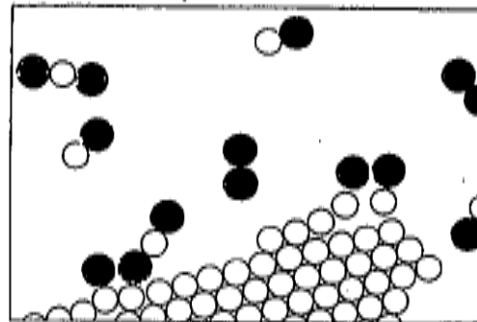


図1-8 酸素のなかで炭素が燃えているところ

- ・他の分子、原子についても同様のイメージができる
- ・分子は常に振動している。
振動がやむのは絶対零度のとき
絶対零度 = $-273.13\text{ }^{\circ}\text{C}$
- ・ 0°C 付近の密度:
氷の方が水よりもは密度が小さい
... スカスカ
 4°C 付近が密度が最大となる。
⇒ 冬でも氷の下では液体

流体

- ・流体要素: 物質の微小な部分をさし、微小な体積をもつが、その中に十分な数の分子を含み、密度や流速を定義できる一連続体とみなせるー
- ・流体とは: 分子に着目せず、流体要素の運動で流れを捉えた場合、その物質を流体と呼ぶ。
- ・流体の大きな特徴として、圧力がある点:
惑星の運動を記述するときに働く重力は、いわば遠接力
流体要素間で働く力は、**近接力**
- ・流体の特徴:
 - * **自由に変形できる ⇒ 流れる**
 - * 静止状態において接線応力が現れず、かつ**法線応力が圧力**であるような連続体

流体

- ・流体力学：流体を連続体とみなし、その巨視的な運動を論じる学問。
- ・流体力学は、流体の運動を式を使って定量的に表現するので、数学的に取り扱う。したがって、物理的性質と式の性質により異なる流体の名がついている。

	性質	力
完全流体 ：	粘性がない	面に垂直に働く圧力のみ
粘性流体	粘性を持つ	変形に対して抵抗力がある。
	単純な粘性をもつ場合、ニュートン流体という	
非圧縮流体	体積変化がない	体積変化に対して無限大の復元力

流体力学の理解に必要な数学と力学(復習)

これから示す数学と力学を知っていれば、これから話すことは理解できる。そのための学習は1年生で済んでいると聞いている。

以下の内容は念のためである。また引用は主にインターネットからである。

- **ギリシャ文字**
- **微分**
- **ネイピア数と自然対数**
- **虚数 ⇒ 複素数**
- **三角関数 \sin 、 \cos**
- **ベクトル**
- **全微分、偏微分**
- **マクローリン展開、テーラー展開**
- **行列**

ギリシャ文字(1)

大文字 (capital letters) 読み方

小文字 (small letters)

A	α	alpha	アルファ
B	β	beta	ベータ
Γ	γ	gamma	ガンマ
Δ	δ	delta	デルタ
E	ϵ	epsilon	エプシロン(イプシロン)
Z	ζ	zeta	ゼータ(ツェータ)
H	η	eta	エータ
Θ	θ	theta	テータ(シータ)
I	ι	iota	イオタ
K	κ	kappa	カッパ
Λ	λ	lambda	ラムダ
M	μ	mu	ミュー
N	ν	nu	ニュー

ギリシャ文字(2)

大文字 (capital letters) 読み方

小文字 (small letters)

Ξ	ξ	xi	グザイ(クシー、クサイ)
Ο	ο	omicron	オミクロン
Π	π	pi	パイ
Ρ	ρ	rho	ロー
Σ	σ	sigma	シグマ
Τ	τ	tau	タウ
Υ	υ	upsilon	ユプシロン
Φ	φ	phi	ファイ(フィー)
Χ		chi	カイ(クヒー)
Ψ	ψ	psi	プサイ(プシー)
Ω	ω	omega	オメガ

- ・読み方: Παρθενών (Parthenon), ἀκρό πολις (アクロポリスの丘)
- ・ギリシャ語から派生した言葉として、Stadium: ラテン語のstadiumはギリシャ語のstadion(stadion)を借用したもの。元々は距離の単位で、1スタディオンはおよそ185メートル。古代オリンピックの競走コースが1スタディオンの距離であった。(インターネットより)

科学用語にはギリシャ・ラテン接頭詞が付くことが多い



ギリシャ・ラテン接頭詞

mega	1,000,000	kilo	1,000	hecto	100	deca	10
micro	1/1,000,000	milli	1/1,000	centi	1/100	deci	1/10

- ・P(ペタ), T(テラ), G(ギガ)、M(メガ): メモリ量をいうのにしばしば使われる
- ・k(キロ): kgやkmでポピュラー。中には道路標識に“60Km”制限などの誤用あり。Kは絶対温度を表す。
- ・h(ヘクト): 気圧でポピュラー。
- ・da(デカ): 中世の小説「デカメロン」のデカは10日物語という意味
FA(Florida), IA(Iowa)のような省略法をしている
- ・μ(マイクロ、ミクロ);
- ・m(ミリ):
- ・c(センチ): cmなどポピュラー。貨幣の1セントと1/100の単位としても使われる。

科学用語にはギリシャ・ラテン接頭詞が付くことが多い

接頭詞	意味	例
aero-	空気の-	aerogram
alti(o)-	高度の-	altimeter
anemo-	風の-	anemometer
anti-	反-	anticyclonic
auto-	自動-	autoconvection
baro-	圧力の-	barometer
chrono-	時間の-	chronometer
climo(a)-	気候の-	climatology
equi-	等-	equinox
geo-	地-	geostrophic
helio-	太陽の-	heliographic
hydro-	水の-	hydrology
hyeto-	雨量の-	hyetograph
hygro-	水分の-	hygrograph
iso-	等-	isopleth
macro-	大-	macroclimate
meso-	中-	meso-meteorology
meteo-	気象の-	meteorology
micro-	微-	microclimate
nepho-	雲の-	nephoscope
oro-	山の-	orographic
photo-	光の-	photometer
psychro-	湿-	psychrometer
pyr-	熱-	pyrheliometer
semi-	半-	semiarid
sub-	亜-	subtropic
super-	超-	supersaturation
tele-	遠隔-	telemeter
thermo-	熱-	thermodynamic
tropo-	対流の-	troposphere

●微分

$$y = f(x)$$

例 1) $y = x^3$ のとき、 $dy / dx = 3x^2$

例 2) $y = \sin t$ のとき、 $dy / dt = \cos t$

○合成関数の微分

$y = f(z), z = g(x)$ のとき、

$$dy / dx = dy / dz \cdot dz / dx = df(z) / dz \cdot dg(x) / dx$$

2-1

となる。

例 1) $y = z^2, z = x^3$ のとき、 $dy / dx = 2z \cdot 3x^2 = 6x^5$

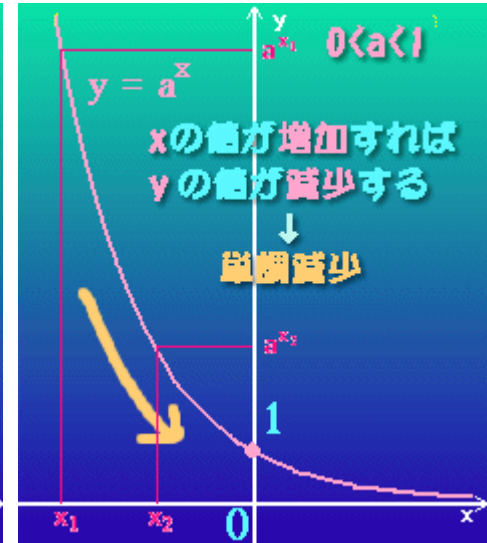
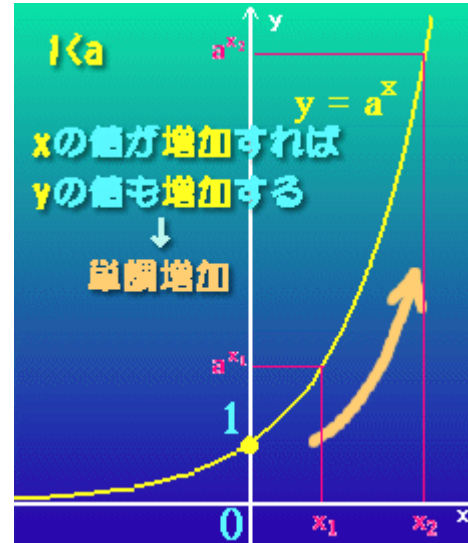
例 2) $y = \sin z, z = \omega t$ のとき、 $dy / dt = \cos z \cdot \omega = \omega \cos \omega t$

●指数の定義 $y = a^x$

性質1 定義域(xのとりうる範囲)は実数全体, 値域(yのとりうる範囲)は, 正の実数全体。

性質2 $a > 1$ のとき, 単調に増加する。
 $a < 1$ のとき, 単調に減少する。

インターネット「指数とそのグラフ」より



例: 次の方程式を解け。(次のような方程式を指数方程式と呼ぶ。)

$$(1) 9^x - 24 \cdot 3^{x-1} - 9 = 0$$

$$(2) 4^{x+1} - 5 \cdot 2^{x+2} + 16 = 0$$

(1) 関数 $y=3^x$ は, 右図のように, すべての実数 x について, 値域は $y > 0$ となります。このことに注意し, $t=3^x$ とおくと, 与式は,

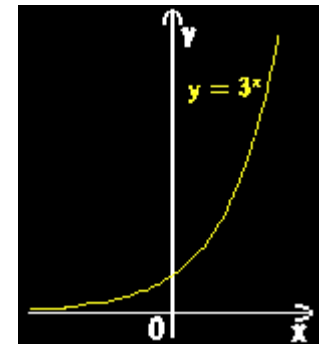
$$3^{2x} - 24 \cdot 3^x \cdot 3^{-1} - 9 = 0$$

$$(3^x)^2 - 24 \cdot 3^x \cdot \frac{1}{3} - 9 = 0$$

$$t^2 - 8t - 9 = 0$$

$$(t - 9)(t + 1) = 0$$

このことより, $t = -1, 9$ となります。
 ところが, $t > 0$ なので, $t = 9$ となり,
 よって, $3^x = 3^2$. ゆえに, $x = 2$ となります。



●指数の特徴 (通常はlog: lnは自然対数)

$$a^{x+y} = a^x a^y \Rightarrow \ln a^{x+y} = (x+y)\ln a = \ln a^x + \ln a^y$$

$a(>0)$ は任意の変数あるいは定数。
つまり、指数を使うと、積が和となる。

●ネイピア数と自然対数

ネイピア数 $e = 2.71828\dots$

$$de^x / dx = e^x \quad 2-2$$

$$de^{ax} / dx = ae^{ax}$$

・ネイピア数は、自分自身を微分するとまた自分に戻るという点で、非常に特殊な数である。(階乗の定義; $n! = n(n-1)(n-2)\dots 2 \cdot 1$, $0! = 1$ とする)

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$\frac{de^x}{dx} = 0 + \frac{1}{1} + \frac{2x}{1 \cdot 2} + \frac{3x^2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{4x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$$

● “e”の応用例

・放射性物質の半減期

半減期 (*Half-life*): 放射性核種あるいは素粒子が崩壊して別の核種あるいは素粒子に変わるとき、元の核種あるいは素粒子の半分が崩壊する期間。素粒子物理学においては、半分ではなく自然対数の底の逆数、すなわち約0.368...にまで減少する時間を平均寿命。

質量を M 、半減期を α^{-1} (定数)とすると、核崩壊を表す式は

$$dM / dt = -\alpha M$$

と書くことができる。これから、

$$M = M_0 e^{-\alpha t}$$

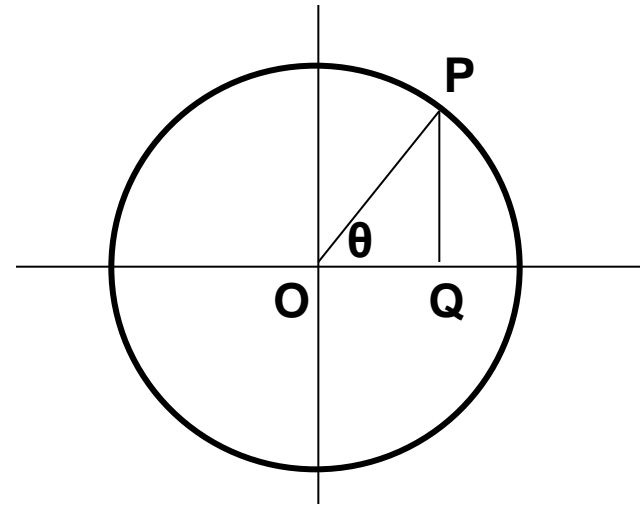
となる。ここで、 M_0 は時間 $t=0$ における質量である。

$$\frac{dM}{M} = -\alpha dt \Rightarrow \ln M - \ln M_0 = -\alpha (t - t_0)$$

正弦関数: $\sin\theta = \frac{PQ}{OP}$

余弦関数: $\cos\theta = \frac{OQ}{OP}$

正接関数: $\tan\theta = \frac{PQ}{OQ}$



ラジアン: θ , x ラジアン $= 180 x / \pi$

ラジアン

度

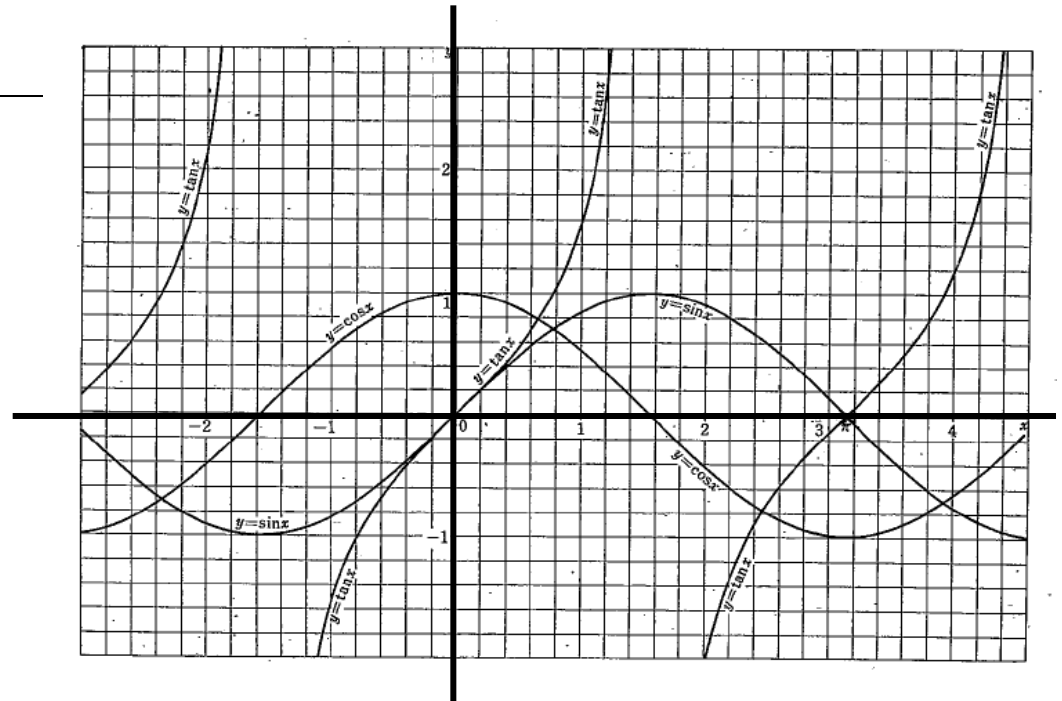
1

57.29578°

0.017453

1°

周期的な運動を記述するのに
使われる



●虚数単位

虚数単位 i : $i^2 = -1$ 虚数 ai (aは実数), 例 $2i, -3i,$

複素数 $a + bi$ 例 $2 + 3i, -1 + 2i,$

(複素数平面で i を乗ずることの意味は別紙(参照))

●オイラーの公式 $\pi=3.1415926535\dots$ 無理数(超越数)

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta \quad (e^{ix} = \cos x + i \sin x) \quad 2-3$$

をオイラーの公式という。

虚数単位を導入することにより、指数関数と三角関数が結びつく。

$\theta = \pi$ とすると、

$$e^{i\pi} = -1 \quad 2-4$$

- ・オイラーの公式を使うと三角関数の公式を導出できるというメリット
- ・虚数 i を通して二つの無理数 e と π との繋がることにより、実数になる

そうした例として、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^n n!}{n^n \sqrt{n}} = \sqrt{2\pi}$ ただし、 $n! = n(n-1)(n-2)\cdots 2 \cdot 1$

●三角関数の公式

$e(=2.71828\dots)$, $i(i^2 = -1)$ をそれぞれ、ネイピア数、虚数単位としたとき、

オイラーの公式は $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ (1)

となる。ここに θ は任意の変数である。次に

$$e^{i(A+B)} = e^{iA} \cdot e^{iB} \quad (2)$$

を考える。(2)と(1)より

$$(\cos A + i \sin A) \cdot (\cos B + i \sin B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B + i(\cos A \cdot \sin B + \sin A \cdot \cos B) \quad (3)$$

となる。また(2)からは

$$\begin{aligned} \cos(A+B) + i \sin(A+B) &= (\cos A + i \sin A) \cdot (\cos B + i \sin B) \\ &= \cos A \cos B - \sin A \sin B + i(\cos A \sin B + \sin A \cos B) \end{aligned} \quad (4)$$

と書くこともできる。

(3)と(4)より

$$\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B \quad (5)$$

$$\sin(A + B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B \quad (6)$$

が得られる。(5)、(6)で $B = -B$ とすると、

$$\cos(A - B) = \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B \quad (7)$$

$$\sin(A - B) = \sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B \quad (8)$$

が得られる。

(6)+(8)より

$$\sin(A + B) + \sin(A - B) = 2 \sin A \cdot \cos B \quad (9)$$

いま、 $\theta_1 = A + B, \theta_2 = A - B$ とおくと、

$$A = (\theta_1 + \theta_2) / 2, B = (\theta_1 - \theta_2) / 2 \quad \text{が得られる。}$$

これらを(9)に代入すると、

$$\sin \theta_1 + \sin \theta_2 = 2 \sin \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \cdot \cos \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \quad (10)$$

が得られる。同様に(5)と(7)より

$$\cos \theta_1 + \cos \theta_2 = 2 \cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \cdot \cos \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \quad (11)$$

が得られる。

ホッケ柱

木村龍治

www.metsoc.jp/tenki/pdf/2011/2011_10_0043.pdf

ホッケ柱のシミュレーション

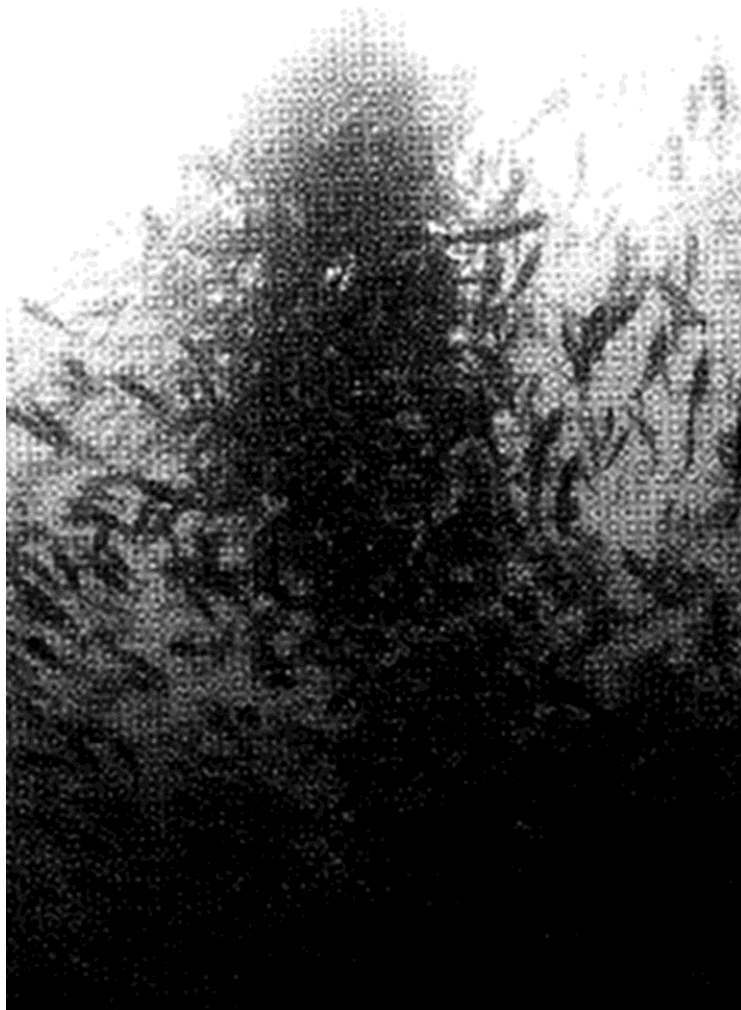
<http://www.youtube.com/watch?v=12r2Oc5zznQ>

- ・ホッケは北の魚に住む体長30cmほど底魚
 - ・ホッケはうきを持たない。水中でも30g程度の重量がある
 - ・個々のホッケの推進力はごくわずか
- ・春には海面近くでは植物プランクトンが大発生する。それを食べようと動物プランクトンが大発生して海面近くに集まる。ホッケはそれを食べようとするが、海上にはホッケの天敵のかもめがいて、ホッケには死活問題となる。

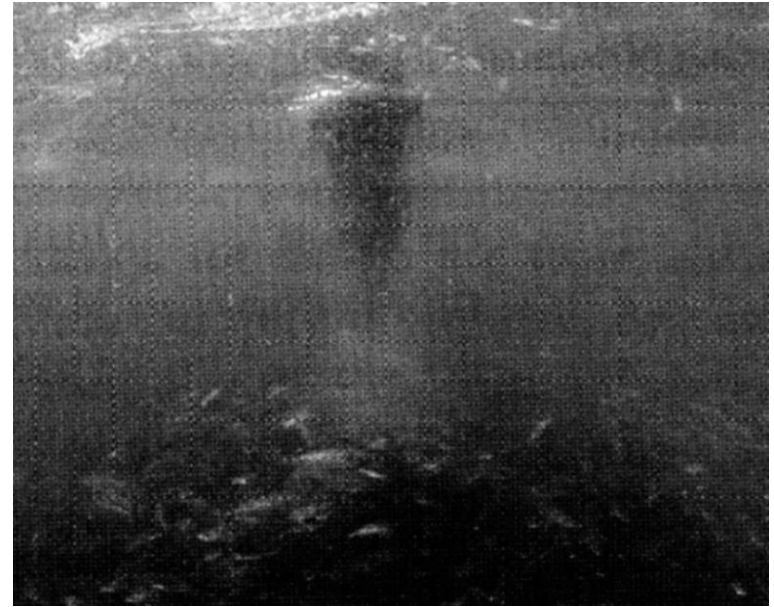


ホッケ柱という現象が起こる。

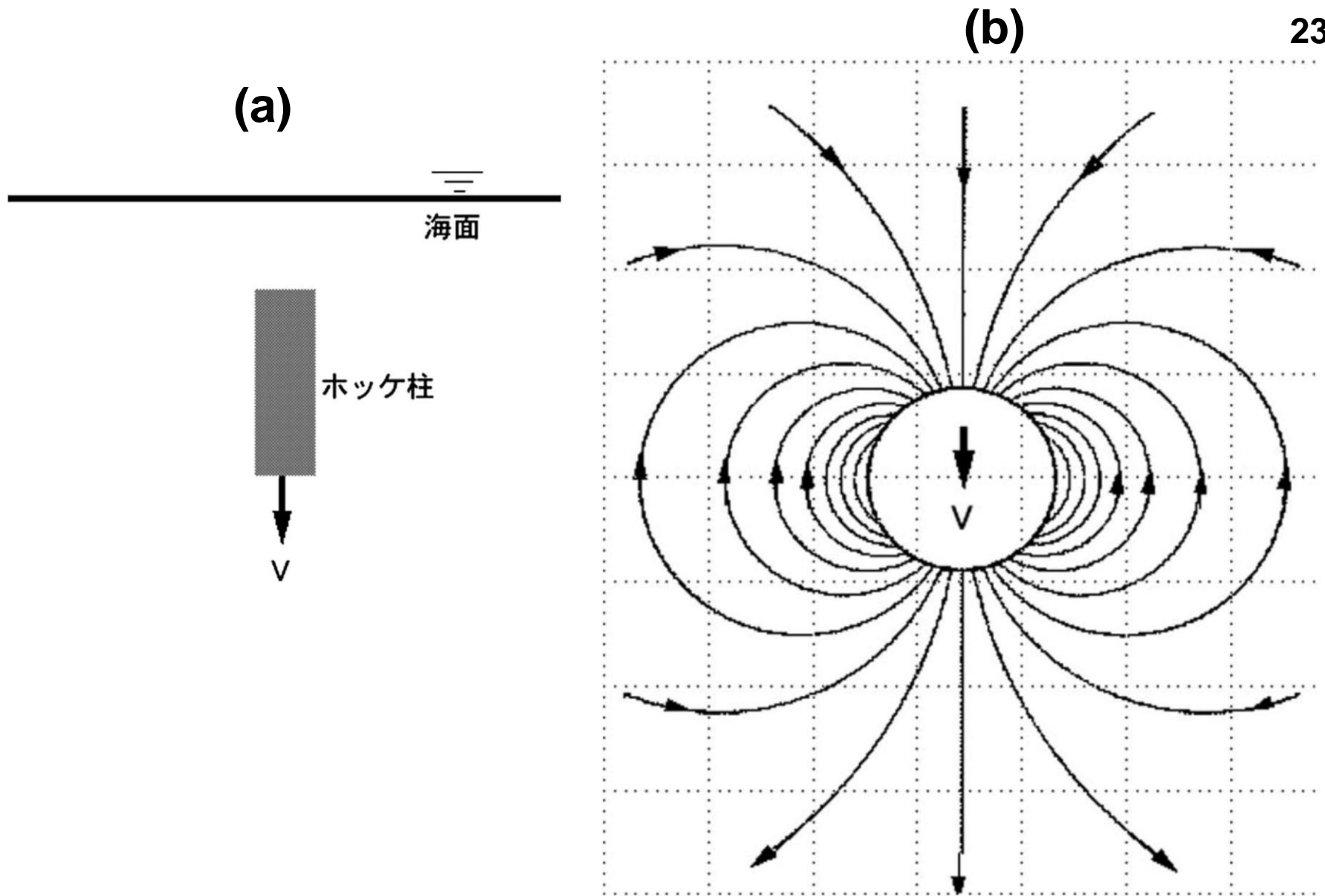
(a)



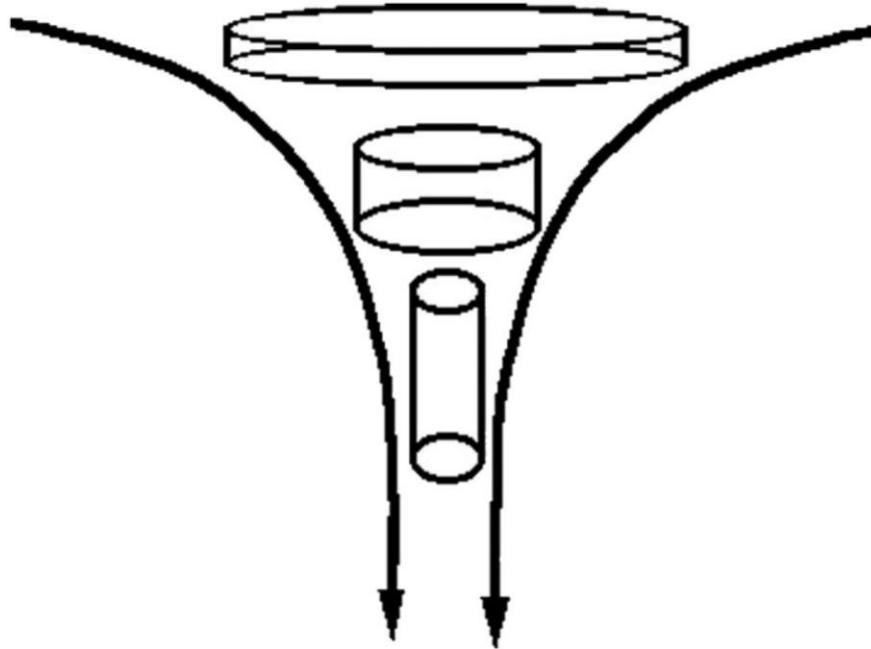
(b)



第1図: ホッケ柱(中川隆氏撮影)(Kitagawa et al. 2011).
(a)ホッケ柱の全体像. (b)ホッケ柱の上部. 柱の上に, 竜巻のような渦が
できている.



第2図(a)ホッケ柱のモデル化. (b)速度 V で落下する円柱周辺の流れ(流線).



第3図： ロート状の流れに仮想的な円板が，変形しながら引き込まれていく様子．変形しても，体積が変わらない．

“渦度のない流体は，収束する流れがあっても，渦巻きができない．渦度のない流体の流れを「渦なし流れ (potential flow)」という．因みに，第2図 b の流れは渦なし流れである．渦巻きのように見えるが，回転しないで流線に沿って動く．というわけで，あなたがホッケのリーダーであれば，仲間を渦度のある海域に導くことをお勧めしたい．”

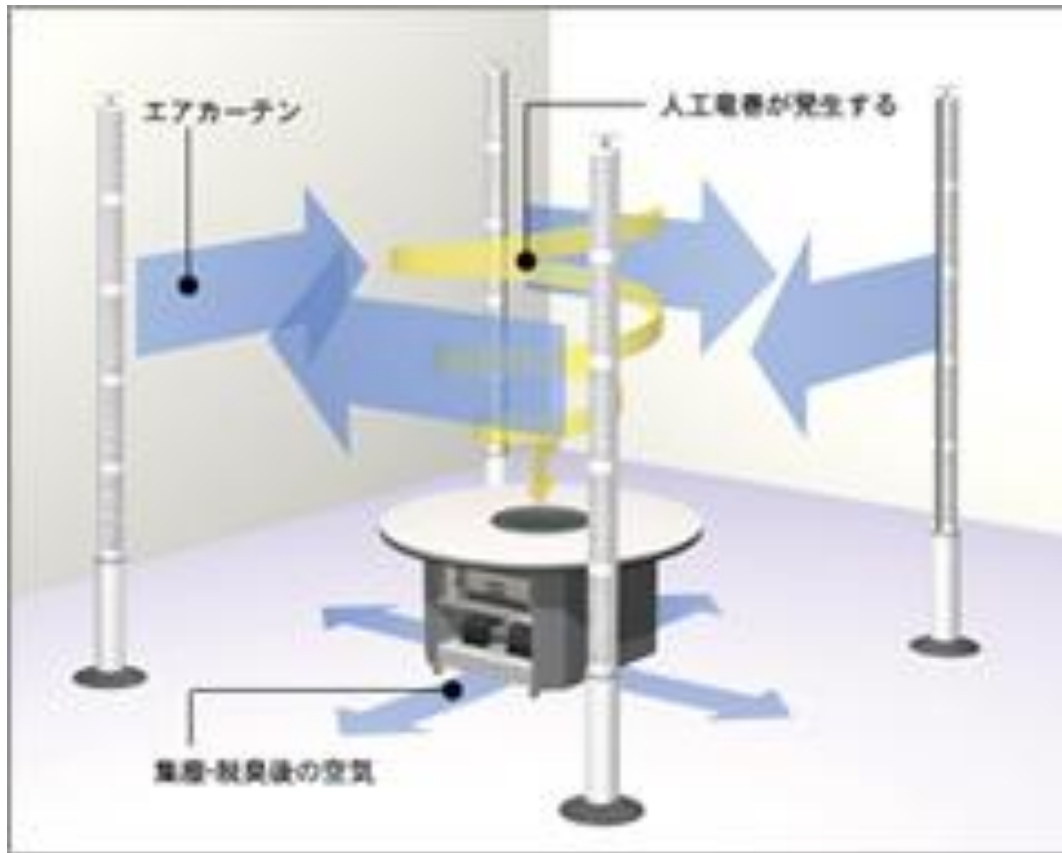
人工竜巻形成技術

日本をはじめアメリカやヨーロッパにも
高い評価を受け世界各国で特許を
取得しています。



開放空間で空気を効果的に吸引させる技術です。

www.tornex.co.jp/company/technology/technology1.html



4本の柱から同一回転方向に**エアカーテン**を吹き出し、エリア内の空気に旋回流を発生させます。さらに、エリア中心部の下部または上部に設けた吸引口から空気を吸引。旋回流を**渦流**に変化させ、人工竜巻を形成し、エリア内の空気の拡散を防ぎながら汚れた空気を捕集します

。